Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. a) (*2 puntos*) Determine el rango de la matriz **A** siguiente, según los diferentes valores del parámetro k.

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k+2 & 0 \\ 1 & 1 & k+2 \end{pmatrix}$$

b) (*1 punto*) Determine la inversa de la matriz **A** anterior cuando k=1.

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k+2 & 0 \\ 1 & 1 & k+2 \end{vmatrix} = k(k+2)(k+2) - k(k+2) = k(k+2)(k+2-1) \Rightarrow Si\ |A|$$

$$= 0 \Rightarrow k(k+2)(k+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = -2 \\ k = -1 \end{cases}$$

$$\forall k \in R - \{-2, -1\ , 0\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang\ (A) = 3$$

$Si\ k = -2$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

$Si\ k = -1$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

$Si\ k = 0$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

b)

$$Si\ k = 1 \Rightarrow |A| = 1.(1+2)(1+1) = 6 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj\ A^t \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow adj\ A^t$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 9 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

2. a) (*1 punto*) Determine el valor de las constantes **a** y **b** para que los puntos siguientes estén alineados **A (1 , 1 ,2), B: (2 , 2 , 2)** y C: **(−1, a, b)** y determine la recta que los contiene.
b) (*0,5 puntos*) Dados dos vectores $\vec{u}$, y $\vec{v}$ calcule el vector: $(\vec{u}-\vec{v}) \times (\vec{u}-\vec{v})$ Donde el símbolo " x " representa el producto vectorial.

a) Los vectores **AB** y **AC** son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2\,,\ 2\,,\ 2) - (1\,,\ 1\,,\ 2) = (1\,,\ 1\,,\ 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-1\,,\ a\,,\ b) - (1\,,\ 1\,,\ 2) = (-2\,,\ a-1\,,\ b-2) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{-2} = \frac{1}{a-1} = \frac{0}{b-2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{-2} = \frac{1}{a-1} \Rightarrow a-1 = -2 \Rightarrow a = -1 \\ \frac{1}{-2} = \frac{0}{b-2} \Rightarrow b-2 = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

b) Como los vectores son iguales y el angulo que forman es 0º tenemos que

$$(\vec{u}-\vec{v}) \times (\vec{u}-\vec{v}) = |\vec{u}-\vec{v}|.|\vec{u}-\vec{v}|.sen\ 0 = |\vec{u}-\vec{v}|.|\vec{u}-\vec{v}|.0 = 0$$

3. a) (*1,5 puntos*) Un rectángulo tiene sus vértices en los puntos (0 , 0), (a , 0), (0 , b) y (a , b), donde **a > 0** y b > 0 y además el punto (a , b), está situado en la curva de ecuación: $y = \frac{1}{x^2} + 9$
De entre todos los rectángulos que cumplen esas condiciones determine el rectángulo de área mínima y calcule dicha área mínima.
b) (*1 punto*) Determine: $\int \frac{1}{9-x^2}\,dx$

c) (*1,5 puntos*) Determine el valor de la constante **k** para que se verifique que:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 + x^2 + kx + 3}{x^3 - x^2 - x + 1} = 2$$

$$\begin{cases} S = a.b \\ b = \frac{1}{a^2} + 9 \end{cases} \Rightarrow S = a.\left(\frac{1}{a^2} + 9\right) = a.\frac{1+9a^2}{a^2} = \frac{1+9a^2}{a} \Rightarrow S' = \frac{dS}{da} = \frac{18a.a - (1+9a^2)}{a^2} = \frac{9a^2-1}{a^2} \Rightarrow Si\ S' = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{9a^2-1}{a^2} = 0 \Rightarrow 9a^2 - 1 = 0 \Rightarrow (3a+1).(3a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3a+1 = 0 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \Rightarrow No\ solución \\ 3a-1 = 0 \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S'' = \frac{dS'}{da} = \frac{18a.a^2 - 2a.(9a^2-1)}{a^4} = \frac{18a^2 - 18a^2 + 2}{a^3} = \frac{2}{a^3} \Rightarrow S''\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{2}{\frac{1}{27}} = 54 > 0 \Rightarrow Mínimo$$

$$Si\ a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} + 9 = \frac{1}{\frac{1}{9}} + 9 = 9 + 9 = 18$$

b)

$$\int \frac{1}{9-x^2}\,dx \Rightarrow 9 - x^2 = (3+x).(3-x) \Rightarrow \frac{1}{9-x^2} = \frac{1}{(3+x).(3-x)} = \frac{A}{3+x} + \frac{B}{3-x} = \frac{A.(3-x) + B.(3+x)}{(3+x).(3-x)} \Rightarrow$$

Continuación del Problema 3 de la opción A

$$A.(3-x)+B.(3+x)=1 \Rightarrow \begin{cases} Si\ x=3 \Rightarrow A.(3-3)+B.(3+3)=1 \Rightarrow 6B=1 \Rightarrow B=\dfrac{1}{6} \\ Si\ x=-3 \Rightarrow A.[3-(-3)]+B.[3+(-3)]=1 \Rightarrow 6A=1 \Rightarrow A=\dfrac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{9-x^2}=\frac{\frac{1}{6}}{3+x}+\frac{\frac{1}{6}}{3-x} \Rightarrow \int \frac{1}{9-x^2}dx=\frac{1}{6}\int\frac{1}{3+x}dx+\frac{1}{6}\int\frac{1}{3-x}dx=\frac{1}{6}\int\frac{du}{u}+\frac{1}{6}\int\frac{-dv}{v}=\frac{1}{6}\ln u-\frac{1}{6}\ln v=\frac{1}{6}\ln\frac{u}{v}$$

$$\begin{cases} 3+x=u \Rightarrow dx=du \\ 3-x=u \Rightarrow -dx=dv \Rightarrow dx=-dv \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{9-x^2}dx=\frac{1}{6}\ln\frac{3+x}{3-x}=\ln\sqrt[6]{\frac{3+x}{3-x}}+K$$

c)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2+kx+3}{x^3-x^2-x+1}=\frac{1^3+1^2+k.1+3}{1^3-1^2-1+1}=\frac{k+5}{0} \Rightarrow k+5=0 \Rightarrow k=-5 \Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-x^2-x+1}=\frac{0}{0}$$
$$=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-5}{3x^2-2x-1}=\frac{3.1^2+2.1-5}{3.1^2-2.1-1}=\frac{0}{0}=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}=\lim_{x\to 1}\frac{6x+2}{6x-2x}=\frac{6.1+2}{6.1-2x}=\frac{8}{4}=2 \Rightarrow Comprobado \Rightarrow k$$
$$=-5$$

4. Se dispone de dos cajas, la caja *A* contiene 3 bolas moradas y 2 bolas rojas; mientras que la caja *B* contiene 4 bolas moradas y 4 rojas.

a) (*0,75 puntos*) Se escoge una bola cualquiera de la caja *A* y se pasa a la caja *B*. Posteriormente se saca una bola de la caja *B*. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja *B* sea morada?

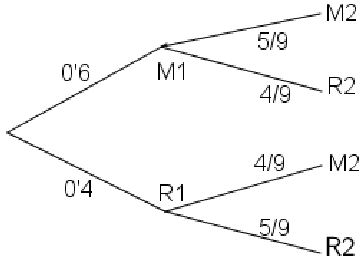
b) (*0,75 puntos*) Ahora volvemos a la situación original de las cajas; la *A* contiene 3 moradas y 2 rojas y la *B* contiene 4 moradas y 4 rojas.
Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja *A*?

a)
Se escoge una bola cualquiera de la caja *A* y se pasa a la caja *B*. Posteriormente se saca una bola de la caja *B*. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja *B* sea morada?

Llamemos M1, R1, M2, y R2, a los sucesos siguientes, "tomar una bola morada de la caja A y ponerla en la caja B", "tomar una bola roja de la caja A y ponerla en la caja B", "tomar una bola morada de la caja B cuando ya ha sido modificada" y "tomar una bola roja de la caja B cuando ya ha sido modificada", respectivamente.

Datos del problema: p(M1) = 3/5 = 0'6; p(M2/M1) = 5/9, p(R1) = 2/5 = 0'46; p(M2/R1) = 4/9, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).

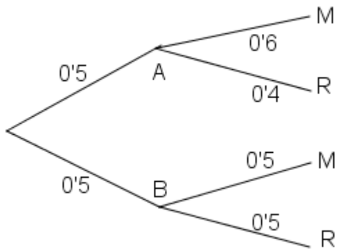


Por el teorema de la Probabilidad Total:
Me piden **p(M2) =** p(M1).p(M2/M1) + p(R1).p(M2/R1) = (0’6)·(5/9) + (0’4)·(4/9) **= 23/45** ≅ **0’5111111**.
b)
Ahora volvemos a la situación original de las cajas; la *A* contiene 3 moradas y 2 rojas y la *B* contiene 4 moradas y 4 rojas.
Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja *A*?

Llamemos A, B, M, y R, a los sucesos siguientes, “elegir la caja A", “elegir la caja B", "tomar una bola morada" y "tomar una bola roja ", respectivamente.

Datos del problema: p(A) = 1/2 = 0’5, p(R/A) = 2/5 = 0’4, p(R/B) = 4/8 = 0’5, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Por el teorema de la Probabilidad Total:
Tenemos p(R) = p(A).p(R/A) + p(B).p(R/B) = (0’5)·(0’4) + (0’5)·(0’5) = 9/20 = 0’45.

Me piden **p(A/R)**.
Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$\mathbf{p(A/R) =} \frac{p(A \cap R)}{p(R)} = \frac{p(A)\cdot p(R/A)}{0'45} = \frac{(0'5)\cdot(0'4)}{0'45} \mathbf{= 4/9 \cong 0'444444}.$$

OPCIÓN B

1. a) (*1,5 puntos*) El club deportivo Collarada está formado por 60 deportistas de las siguientes disciplinas: esquí alpino, esquí nórdico y escalada. Se sabe que hay 16 deportistas menos de esquí alpino que la suma de los de esquí nórdico y escalada. Además, el número de deportistas de esquí alpino más los de escalada es tres veces el número de deportistas de esquí nórdico. Calcula el número de deportistas de cada disciplina.

b) (*1,5 puntos*) Sabiendo que a = −2, calcule el valor del siguiente determinante: $\begin{vmatrix} a & a+b & a-c \\ 2a & 3a+2b & 4a-2c \\ 3a & 6a+3b & 10a-3c \end{vmatrix}$

a) Siendo A los deportistas de esquí alpino; N los de esquí nórdico y E los de escalada

$$\begin{cases} A = N + E + 16 \\ A + E = 3N \\ A + N + E = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A - N - E = 16 \\ A - 3N + E = 0 \\ A + N + E = 60 \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 16 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 60 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 16 \\ 0 & -2 & 2 & -16 \\ 0 & 2 & 2 & 44 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 16 \\ 0 & -2 & 2 & -16 \\ 0 & 0 & 4 & 28 \end{array}\right) \rightarrow 4E = 28$$

$$\rightarrow E = \frac{28}{4} = 7$$

$$-2.N + 2.7 = -16 \rightarrow -2.N + 14 = -16 \rightarrow -2.N = -30 \rightarrow N = \frac{-30}{-2} = 15 \rightarrow A - 15 - 7 = 16 \rightarrow A - 22 = 16 \rightarrow A = 38$$

$$Solución \rightarrow (A, N, E) = (38, 15, 7)$$

b)

$$\begin{vmatrix} a & a+b & a-c \\ 2a & 3a+2b & 4a-2c \\ 3a & 6a+3b & 10a-3c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a+b & a-c \\ 0 & a & 2a \\ 0 & 3a & 7a \end{vmatrix} = a.\begin{vmatrix} a & 2a \\ 3a & 7a \end{vmatrix} = a.a.a.\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = a^3(7-6) = a^3 = (-2)^3 = -8$$

2. a) (*1 punto*) Determine la ecuación del plano determinado por el punto **P : (2 , 1 , 2)** y la recta **r : (1 , 0 , 0) + t (−1 , 1 , 1).**

b) (*0,5 puntos*) Dados los vectores $\vec{u}$ **= (1 , 2 , 0)** y $\vec{v}$ **= (2 , 1 , -3)**, determine el área del triángulo que tiene por lados esos dos vectores.

a) Hallaremos el haz de planos que determina la recta y escogeremos el que pasa por el punto **P**

$$\frac{x-1}{-1} = y = z \rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{-1} = y \rightarrow x - 1 = -y \\ y = z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \rightarrow Haz\ de\ planos \rightarrow x + y - 1 + \alpha(y - z) = 0 \rightarrow$$

$$Conteniendo\ a\ P \rightarrow 2 + 1 - 1 + \alpha(1-2) = 0 \rightarrow 2 - \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 2 \rightarrow x + y - 1 + 2(y - z) = 0 \rightarrow x + y - 1 + 2y - 2z = 0 \rightarrow$$

$$\pi \equiv x + 3y - 2z - 1 = 0$$

b) El área del triángulo formado por los vectores es la mitad del módulo del producto vectorial de ambos

$$A = \tfrac{1}{2}|\vec{u} \times \vec{v}| \rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -6\vec{\imath} + \vec{k} - 4\vec{k} + 3\vec{\jmath} = 6\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} - 4\vec{k} \rightarrow \left|\vec{u} \times \vec{v} = \sqrt{6^2 + 3^2 + (-4)^2}\right| = \sqrt{61} \rightarrow A = \tfrac{1}{2}\sqrt{61}\,u^2$$

3. Considere la función: $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$

a) (*1,5 puntos*) Determine las asíntotas de la función, si existen.
b) (*1 punto*) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de esa función, si existen.
c) (*1,5 puntos*) Determine la integral $\int_1^3 f(x)\,dx$

a)

$$x+1=0 \to x=-1 \to f(-1) = \frac{-1-1}{(-1+1)^2} = \frac{-2}{0} \to Sin\ solución \to Dom\,(f) = \forall x \in R - \{-1\}$$

$$Asintota\ vertical \to x = -1$$

Asíntotas horizontales

$$y = \lim_{x\to\infty} \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{2(x+1)} = \frac{1}{\infty} = 0 \to$$

$$Existe\ asíntota\ horizontal\ , \mathbf{y=0}, cuando\ x \to \infty$$

$$y = \lim_{x\to-\infty} \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{-\infty}{\infty} = \xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{2(x+1)} = \frac{1}{-\infty} = 0 \to$$

$$Existe\ asíntota\ horizontal\ , \mathbf{y=0}, cuando\ x \to -\infty$$

Asíntotas oblicuas

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x-1}{(x+1)^2}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-1}{x(x+1)^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{(x+1)^2 + 2x(x+1)} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$No\ existe\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x \to \infty$$

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x-1}{(x+1)^2}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x-1}{x(x+1)^2} = \frac{-\infty}{-\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{(x+1)^2 + 2x(x+1)} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$No\ existe\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x \to -\infty$$

b)

$$f'(x) = \frac{(x+1)^2 - 2(x+1)(x-1)}{(x+1)^4} = \frac{(x+1) - 2(x-1)}{(x+1)^3} = \frac{x+1-2x+2}{(x+1)^3} = \frac{-x+3}{(x+1)^3} \to f'(x) > 0 \to \begin{cases} -x+3 > 0 \to -x > -3 \to x < 3 \\ (x+1)^3 > 0 \to x+1 > 0 \to x > -1 \end{cases}$$

Continuación del Problema 3 de la opción B

$-\infty$ **-1** **3**

∞

x > -1	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x < 3	**(+)**	**(+)**	**(-)**
Soluciones	**(-)**	**(+)**	**(-)**

Crecimiento $\forall x \in R \ / \ -\mathbf{1} < \mathbf{x} < 3$

Decrecimiento $\forall x \in R \ / \ (\mathbf{x} < -1) \cup (x > 3)$

c)

$$\frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} = \frac{A(x+1)+B}{(x+1)^2} \to A(x+1)+B = x-1$$

$$\to \begin{cases} Si\ x = -1 \to A(-1+1)+B = -1-1 \\ Derivando\ \ A = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = -2 \\ Derivando\ \ A = -1 \end{cases} \to \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{x+1} + \frac{-2}{(x+1)^2}$$

$$\int \frac{x-1}{(x+1)^2}\,dx = -\int \frac{dx}{x+1} - \int \frac{2}{(x+1)^2}dx = -\int \frac{dt}{t} - 2\int \frac{dt}{t^2} = -\ln t - 2.\frac{1}{-2+1}t^{-2+1} =$$

$$\int \frac{x-1}{(x+1)^2}\,dx = -\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + K$$

$$\int_1^3 \frac{x-1}{(x+1)^2}\,dx = \left[-\ln(x+1) + \frac{2}{x+1}\right]_1^3 = \left[-\ln(3+1) + \frac{2}{3+1}\right] - \left[-\ln(1+1) + \frac{2}{1+1}\right]$$

$$\int_1^3 \frac{x-1}{(x+1)^2}\,dx = -\ln 4 + \frac{1}{2} + \ln 2 - 1 = \ln\frac{2}{4} - \frac{1}{2} = \ln\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

4. La probabilidad de que una persona escriba un mensaje de Twitter sin faltas de ortografía es 0,75. Se sabe además que una persona escribe a lo largo del día 20 mensajes de Twitter.
A partir de esta información, responde a las siguientes cuestiones. NO es necesario finalizar los cálculos en ninguna de ellas, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen.
a) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los mensajes escritos en un día, es decir 10, no tengan faltas de ortografía?

b) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún mensaje de los 20 escritos en un día tenga faltas de ortografía?

c) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que 18 o más mensajes de los 20 escritos en un día sí tengan faltas de ortografía?

Recordamos que si realizamos **n** veces (20) un experimento en el que podemos obtener éxito, F, con probabilidad **p** (p(F) = 0'75) y fracaso, F^C, con probabilidad **q** (q = 1 – p = 1 – 0'75 = 0'25), diremos que estamos ante una distribución binomial de parámetros **n** y **p**, y lo representaremos por **B(n;p)**.

Es decir nuestra variable **X sigue una binomial B(n;p)** = **B(20; 0'75)**.

En este caso la **probabilidad de obtener k éxitos**, que **es su función de probabilidad**, viene dada por:

$$\mathbf{p(X = k) = (20\ sobre\ k)\cdot 0'75^{k}\cdot 0'25^{(10-k)} = \binom{20}{k}.0'75^{k}\cdot 0'25^{(10-k)}.}$$

** (n sobre k) = $\binom{n}{k}$ = (n!)/(k!.(n - k)!) con n! el factorial de "n". En la calculadora " n tecla **nCr** k "

a)

¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los mensajes escritos en un día, es decir 10, no tengan faltas de ortografía?

En nuestro caso piden **p(X = 10) =** $\binom{20}{10}\mathbf{.0'75^{10}\cdot 0'25^{10}} = \frac{20!}{10!\cdot 10!}\mathbf{\cdot 0'75^{10}\cdot 0'25^{10} =}$

$$= \frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16\cdot 15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 11\cdot 10!}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 10!}\mathbf{\cdot 0'75^{10}\cdot 0'25^{10} = 184756\cdot 0'75^{10}\cdot 0'25^{10} = 0'009922753.}$$

b)

¿Cuál es la probabilidad de que ningún mensaje de los 20 escritos en un día tenga faltas de ortografía?

En nuestro caso piden **p(X = 20) =** $\binom{20}{20}\mathbf{.0'75^{20}\cdot 0'25^{0}} = \frac{20!}{20!\cdot 0!}\mathbf{\cdot 0'75^{20}\cdot 0'25^{0} = 1\cdot 0'75^{20}\cdot 1 = 0'003171212.}$

c)

¿Cuál es la probabilidad de que 18 o más mensajes de los 20 escritos en un día sí tengan faltas de ortografía?

En nuestro caso piden **p(X ≥ 18) = p(X = 18) + p(X = 19) + p(X = 20) =**

$$= \binom{20}{18}\mathbf{\cdot 0'75^{18}\cdot 0'25^{2} +} \binom{20}{19}\mathbf{\cdot 0'75^{19}\cdot 0'25^{1} +} \binom{20}{20}\mathbf{\cdot 0'75^{20}\cdot 0'25^{0} =} \frac{20!}{10!\cdot 10!}\mathbf{\cdot 0'75^{10}\cdot 0'25^{10} =}$$

$$= \frac{20\cdot 19\cdot 18!}{18!\cdot 2\cdot 1}\mathbf{\cdot 0'75^{18}\cdot 0'25^{2} +} \frac{20\cdot 19!}{19!\cdot 1}\mathbf{\cdot 0'75^{19}\cdot 0'25^{1} +} \frac{20!}{20!\cdot 0!}\mathbf{\cdot 0'75^{20}\cdot 0'25^{0} =}$$

$$\mathbf{= 190\cdot 0'75^{18}\cdot 0'25^{2} + 20\cdot 0'75^{19}\cdot 0'25^{1} + 1\cdot 0'75^{20}\cdot 0'25^{0} = 0'09126.}$$